組立除法のしくみ

$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ を $x-p$ で割ったときの

商を $a_n x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + b_{n-3}x^{n-3} + b_{n-4}x^{n-4} + b_{n-5}x^{n-5} \cdots + b_3 x^3 + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$，

余りを r とすると，

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$
$$= (x-p)\left(a_n x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + b_{n-3}x^{n-3} + b_{n-4}x^{n-4} + b_{n-5}x^{n-5} \cdots b_3 x^3 + b_2 x^2 + b_1 x + b_0\right) + r$$

よって，

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$
$$= a_n x^n + (b_{n-2} - pa_n)x^{n-1} + (b_{n-3} - pb_{n-2})x^{n-2} + (b_{n-4} - pb_{n-3})x^{n-3} \cdots$$
$$+ (b_2 - pb_3)x^3 + (b_1 - pb_2)x^2 + (b_0 - pb_1)x + r - pb_0$$

両辺は x についての恒等式の関係にあるから，同次の項の係数が等しい。

よって，

$a_{n-1} = b_{n-2} - pa_n$， $a_{n-2} = b_{n-3} - pb_{n-2}$， $a_{n-3} = b_{n-4} - pb_{n-3}$， $\cdots$，

$a_3 = b_2 - pb_3$， $a_2 = b_1 - pb_2$， $a_1 = b_0 - pb_1$， $a_0 = r - pb_0$

よって，

$b_{n-2} = a_{n-1} + pa_n$， $b_{n-3} = a_{n-2} + pb_{n-2}$， $b_{n-4} = a_{n-3} + pb_{n-3}$， $\cdots$，

$b_2 = a_3 + pb_3$， $b_1 = a_2 + pb_2$， $b_0 = a_1 + pb_1$， $r = a_0 + pb_0$

これを次のように組み立てて表したのが組立除法である。

$$\begin{array}{cccccccc|l} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \quad [p] \\ & +pa_n & +pb_{n-2} & +pb_{n-3} & \cdots & +pb_3 & +pb_2 & +pb_1 & +pb_0 \\ \hline a_n & b_{n-2} & b_{n-3} & b_{n-4} & \cdots & b_2 & b_1 & b_0 & r \end{array}$$